Formas da natureza

Matemática

Enviado por: skura@seed.pr.gov.br

Postado em:11/03/2011

Em sua coluna de fevereiro na revista CH, o matemático Marco Moriconi lança um desafio em homenagem a Benoit Mandelbrot, falecido em 2010. Na imagem criada por Wolfgang Beyer o Fractal denominado Conjunto de Mandelbrot.

Por: Marco Moriconi - Instituto de Física - Universidade Federal Fluminense Em sua coluna de fevereiro na revista CH, o matemático Marco Moriconi lança um desafio em homenagem a Benoit Mandelbrot, falecido em 2010. Na imagem criada por Wolfgang Beyer o Fractal denominado Conjunto de Mandelbrot. Em sua coluna de fevereiro na revista CH, o matemático Marco Moriconi lança um desafio em homenagem a Benoit Mandelbrot, falecido em 2010. Um de seus trabalhos mais importantes foi o estudo dos fractais, figuras tão fascinantes quanto complexas. Ano passado, o mundo perdeu uma figura científica notável: Benoit Mandelbrot (1924-2010). Nascido na Polônia, em uma família de judeus da Lituânia, educado na França e radicado nos Estados Unidos, é difícil situá-lo geograficamente. Porém, mais difícil é situá-lo na área científica. Estudou matemática na Escola Politécnica (França), fez o mestrado em aeronáutica no Instituto de Tecnologia da Califórnia (Caltech) e o doutorado em matemática na Universidade de Paris. Trabalhou anos na empresa IBM e foi pesquisador na Universidade Yale (Estados Unidos). Se pensarmos em um matemático como alguém que prova teoremas, então Mandelbrot foi atípico, pois nunca fez isso. Mas contribuiu, de forma notável, para diversas áreas do conhecimento, da fisiologia à economia, à engenharia... Um de seus trabalhos mais importantes foi o estudo dos fractais, termo que ele cunhou.Estamos acostumados a ver contornos na natureza. Todo dia, nos deparamos com retas, curvas sinuosas, circunferências etc. Mas será que a natureza é toda descrita por esses tipos de curvas suaves, que desenhamos facilmente? Ou é necessário algo diferente? Ao buscar respostas para perguntas desse gênero, Mandelbrot descobriu os fractais. Fractal é uma curva que tem uma propriedade interessante: elas são autossemelhantes. Em termos simples, podemos dizer que, se pegarmos um pedacinho da curva e o ampliarmos, como se estivéssemos olhando com uma lente de aumento, o novo pedaço seria essencialmente a curva original. Curvas desse tipo aparecem na natureza nos contornos do litoral, de uma nuvem, de uma folha de planta (a de samambaia é o caso típico), de uma montanha e até de um brócolis. Curva de Koch Fica mais fácil entender um fractal com um exemplo emblemático: a curva de Koch, também conhecida como floco de neve de Koch, homenagem ao matemático sueco Helge von Koch (1870-1924), que a definiu em 1906. Para desenhar uma curva de Koch, comece com um segmento de reta de lado 1 (centímetro, decímetro, metro etc.). Depois, divida-o de forma a que forme um ‘chapéu de bruxa’, sendo que as abas e a copa (parte de cima) tenham o mesmo comprimento. Agora, repita a operação para os novos quatro segmentos de reta. Faça isso indefinidamente. As primeiras figuras são assim (veja abaixo). A curva vai ficando cada vez mais rebuscada e difícil de desenhar. Note que essa curva tem a propriedade de autossemelhança: cada pedacinho é uma cópia exata do pedaço maior. Qual o comprimento dessa curva? As primeiras quatro iterações do floco de neve de Koch. Embora as curvas fiquem mais rebuscadas de uma figura para a outra, cada pedacinho é uma cópia exata do pedaço maior. (imagem: Wikimedia Commons/ CC BY-AS 3.0) O lado inicial tinha comprimento 1. Mas, depois do primeiro passo, o comprimento é 4 x (1/3), pois temos quatro pedaços de comprimento 1/3. Depois

do segundo passo, teremos 16 x (1/9). Assim, no passo ‘n’, o comprimento será (4/3)n. Na expressão acima, 4/3 é maior do que 1. Portanto, quanto maior for ‘n’, maior será o comprimento da curva. Se ‘n’ for grande o suficiente, o comprimento da curva ficará tão grande quanto quisermos – dizemos que, nesse limite, o comprimento da curva é infinito. Surpreendente, não? Curvas como a curva de Koch são exemplos de fractais. O artigo de Mandelbrot no qual ele começou a se questionar sobre esse tipo de curva tinha o título ‘Qual o tamanho da costa da Grã-Bretanha?’. Linhas retas e curvas ainda são importantes na descrição da natureza, mas é bonito ver que sua complexidade pode ser descrita de um modo, em princípio, tão simples. Desafio A área da curva de Koch (aquela delimitada pela linha horizontal do segmento original e a curva em si) é finita ou infinita? Quanto vale? Esta notícia foi publicada em 10/03/2011 no Instituto Ciência Hoje. Todas as informações nela contida são de responsabilidade do autor. O texto foi originalmente publicado na CH 278 (janeiro/fevereiro de 2011).