



Matemática
Multimídia

Análise de dados
e probabilidade



Guia do Professor



Vídeo

Noite de Forró

Série Matemática na Escola

Objetivos

1. Definir a probabilidade de eventos;
2. Calcular a probabilidade de eventos complementares;
3. Introduzir a regra do produto em probabilidade.



UNICAMP

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

LICENÇA Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons

Noite de Forró

Série

Matemática na Escola

Conteúdos

Probabilidade de Eventos; Regra do Produto.

Duração

Aprox. 10 minutos.

Objetivos

1. Definir a probabilidade de eventos;
2. Calcular a probabilidade de eventos complementares
3. Introduzir a regra do produto em probabilidade.

Sinopse

Para a festa junina começar, é necessário calcular a probabilidade do sistema de luzes funcionar. E com a ajuda do sanfoneiro, uma menina vai aprender a utilizar a regra do produto para calcular tal probabilidade.

Material relacionado

Experimentos: *Jankenpon*;
Softwares: *Probabilidades com urnas*;
Vídeos: *Coisas de passarinho*.

Introdução

Sobre a série

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

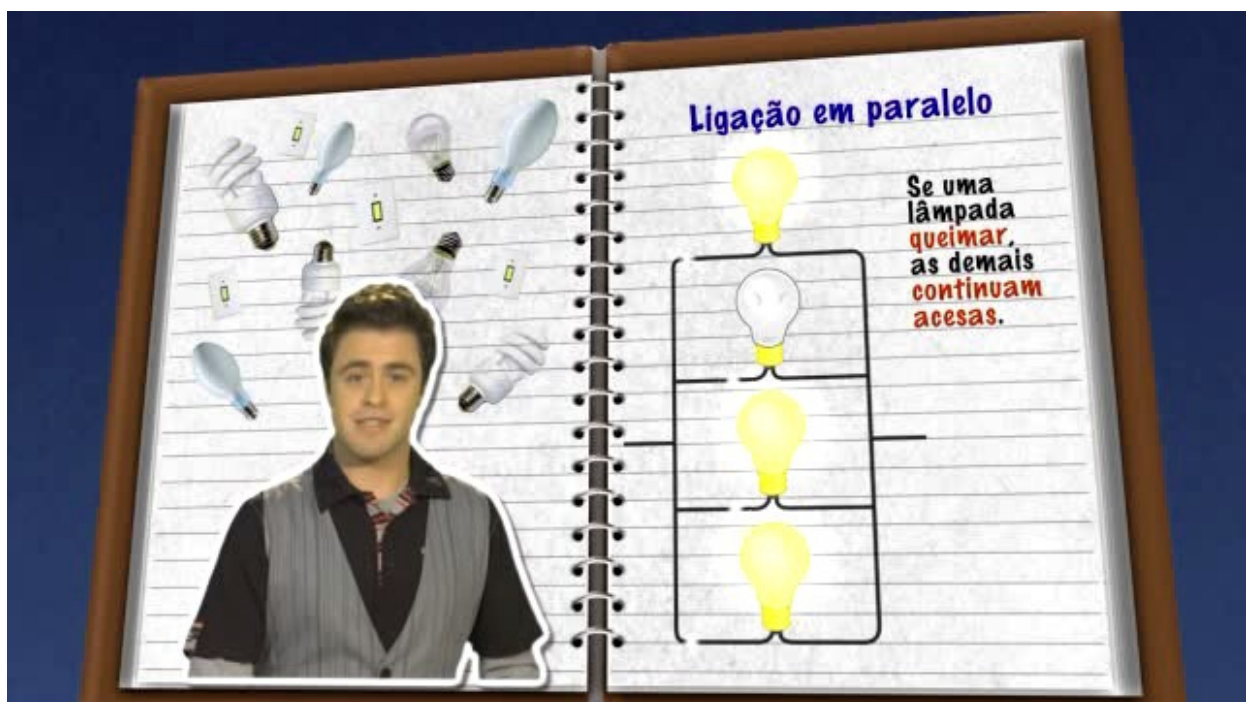
Sobre o programa

O programa apresenta a regra do produto, o cálculo de probabilidades a partir de diagramas e constrói um raciocínio para justificá-la

Na ficção, uma menina está ajudando na organização de uma festa junina. Ela é responsável por colocar as lâmpadas que irão decorar as barracas. Ao fim do trabalho, todas as barracas estão iluminadas, mas de repente, o sistema de lâmpadas de uma barraca para de funcionar!

A menina reclama para os céus sobre suas dificuldades e em seu auxílio, um sanfoneiro surge para cantar a solução.

O problema do sistema de lâmpadas de uma barraca ter falhado surge pela forma na qual o sistema de lâmpadas foi construído. Há duas formas de ligar várias lâmpadas:



E o sistema de luzes da barraca na festa junina é uma ligação em série, portanto, para que o sistema funcione, é necessário que todas as lâmpadas estejam boas.

Por sua vez, a festa para começar tem que ter as barracas iluminadas e por isso, é necessário calcular a probabilidade de que o sistema em série de lâmpadas funcione.

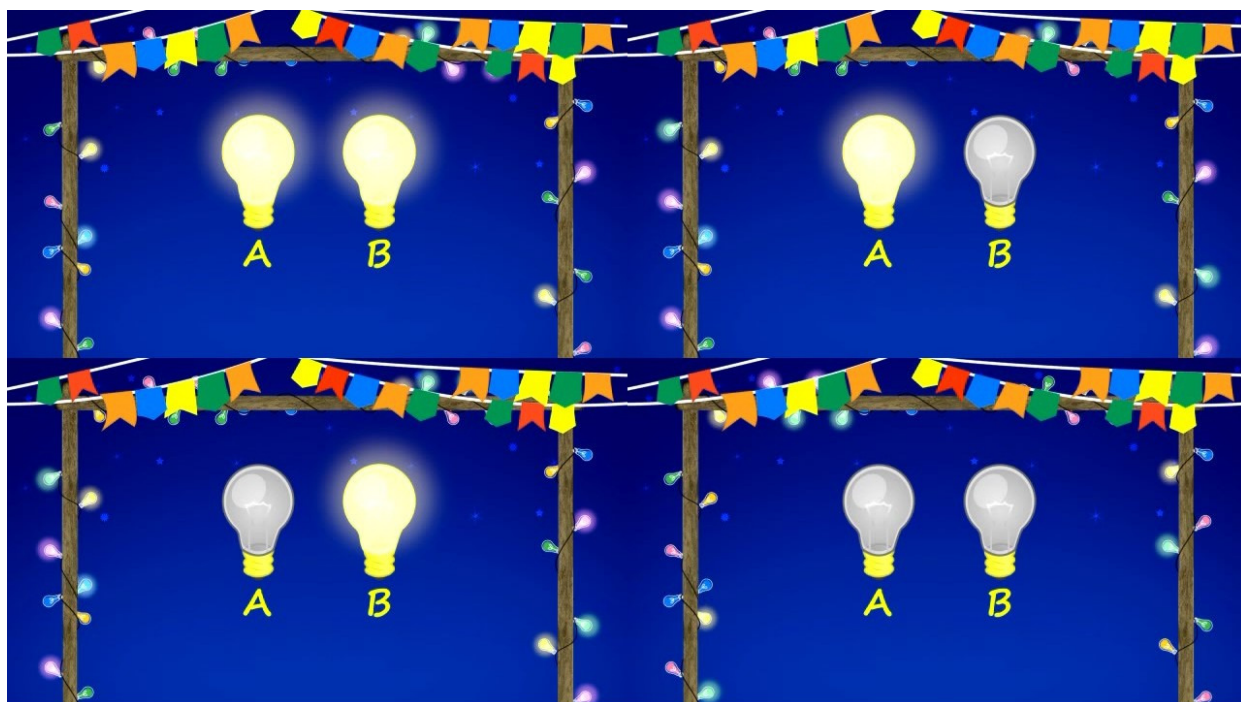
E antes de calcular a probabilidade de que sistema de lâmpadas funcione que é denominada confiabilidade do sistema, é necessário conhecer a probabilidade de que cada lâmpada esteja boa.

Pela experiência do sanfoneiro, de 100 lâmpadas daquelas compradas pela menina, em média, 3 falham e desta forma, a probabilidade de uma lâmpada estar boa é $97/100$.

Então, já é possível calcular a confiabilidade do sistema e para facilitar o entendimento, o sanfoneiro considera um sistema somente com duas lâmpadas: lâmpada A e lâmpada B. Ele define que P_A é a probabilidade da lâmpada A estar boa e P_B como a probabilidade da lâmpada B estar boa.

Note que como elas são idênticas, $P_A = P_B = 0,97$.

E para que o sistema funcione, é necessário que as duas lâmpadas estejam boas sendo que há as seguintes combinações entre as duas lâmpadas:



E a partir dos diagramas da combinação entre as duas lâmpadas considerando seus estados possíveis (97 boas, 3 ruins), o sanfoneiro contabiliza 10000 combinações:



Dentre todas as combinações, em apenas 9 delas, as duas lâmpadas falham pois multiplica-se 3 por 3 que é o número de lâmpadas que falham dentre 100. Então, a probabilidade de que as duas lâmpadas falhem é $9/10000 = 3/100 \times 3/100$.

A menina entende a lógica da conta feita pelo sanfoneiro e descobre que a probabilidade de que as duas lâmpadas funcionem é $9409/10000 = 97/100 \times 97/100$.

Este raciocínio é denominado Regra do Produto: A probabilidade de que dois eventos independentes ocorram é igual ao produto das probabilidades de que cada um dos eventos ocorra.

E chance do sistema falhar?

A questão é respondida a partir do cálculo da probabilidade complementar já que a $P(\text{sistema falha}) = 1 - P(\text{sistema funciona})$.

Portanto, a probabilidade de que o sistema de duas lâmpadas falhe é $591/10000$.

Finalmente, o problema é resolvido e a menina lembra que precisa fazer logo o sistema de lâmpadas funcionar novamente para que a festa comece. Porém, o sanfoneiro lembra que a conta ainda não foi feita para a situação real, pois o sistema de lâmpadas da barraca possui 25 lâmpadas.

A probabilidade de que o sistema de lâmpadas da barraca funcione é $(97/100)^{25}$ que é aproximadamente igual a 0,467 e, portanto, a probabilidade de que o sistema falhe é 0,533, ou seja, 53,3%.

A chance de falha do sistema de lâmpadas em série é muito grande para o espanto da menina e o sanfoneiro sugere a utilização de um sistema em paralelo porque para que tal sistema falhe, é necessário que todas as lâmpadas falhem.

Então, a probabilidade de que o sistema falhe, a partir da regra do produto, é $(3/100)^{25}$ que é praticamente zero.

Por fim, a solução cantada pelo sanfoneiro é que a menina utilize um sistema de lâmpadas em paralelo e com a solução, a menina vai procurar alguém para colocá-la em prática. Ela não esquece de agradecer ao sanfoneiro, convidando-o para participar da festa, que agora, pode começar.

Correção: No minuto 7:27, probabilidade que está sendo calculada é $P(\text{sistema falha})$ ao invés de $P(\text{sistema funciona})$.

Sugestões de atividades

Antes da execução

É interessante dar a noção de eventos independentes para os alunos, isto é, eventos para os quais a ocorrência de um deles não altera a probabilidade de que o outro ocorra.

Dê exemplos de situações em que em que a independência de dois eventos é uma suposição razoável na prática.

Podemos supor a independência dos seguintes eventos: Chover hoje à noite e o Brasil ganhar a olimpíada; Comprar refrigerante hoje e assistir um determinado filme na TV amanhã.

Podemos supor que os seguintes eventos não são independentes: Fazer frio hoje à noite e ir à sorveteria hoje na mesma noite; Brasil ganhar a copa e Ronaldinho gaúcho não ser convocado para a seleção.

Além disso, também se deve dar a noção de eventos complementares: o evento complementar de chover a noite é o evento não chover a noite; o evento complementar de que o Brasil ganhe um jogo é o evento Brasil perde um jogo.

É importante perceber que independência de eventos é uma suposição feita pelo observador, de acordo com seu grau de informação.

No exemplo do frio e da sorveteria, se eu souber que a sorveteria está sempre fechada à noite, então fazer frio não altera a probabilidade de ir até lá (que será sempre igual a zero). Neste caso, esses eventos são independentes (tendo esta nova informação).

Depois da execução

Sugerimos problemas como os abaixo:

- 1) A probabilidade de encontrar um livro X é $60/100$, a probabilidade de encontrar o livro Y é $20/100$ e do livro Z é $36/100$ em qualquer livraria. Qual a probabilidade de encontrar os livros ao ir numa livraria? E a probabilidade de não encontrar qualquer um dos livros?
- 2) A probabilidade de um filme ganhar o Oscar de melhor filme é $60/100$ e a probabilidade de um amigo ganhar na loteria é $1/100$. Qual a probabilidade do filme ganhar o Oscar de melhor filme e um amigo ganhar na loteria? E a probabilidade do evento complementar?

Sugestões de leitura

P. Meyer (2000). Probabilidade: Aplicações à Estatística. Editora LTC.
W. Feller (1976). Introdução à Teoria das Probabilidades e suas Aplicações, vol I. Editora Edgard Blücher.

Site recomendado: ALEA – Acção Local de Estatística Aplicada,
<http://alea-estp.ine.pt>

Ficha técnica

Autor *Márcio Augusto Diniz*

Revisor *Laura Leticia Ramos Rifo*

Coordenador de audiovisual *Prof. Dr. José Eduardo Ribeiro de Paiva*

Coordenador académico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*