Guia do Professor

Conteúdos Digitais

Audiovisual 10

Medindo a chuva

Série Mundo da Matemática

Coordenação Geral

Elizabete dos Santos

Autores

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Souza
Karina Alessandra Pessôa da Silva
Lourdes Maria Werle de Almeida
Luciana Gastaldi Sardinha Souza
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino
Rodolfo Eduardo Vertuan

Revisão Textual

Elizabeth Sanfelice

Coordenação de Produção

Eziquiel Menta

Projeto Gráfico

Juliana Gomes de Souza Dias

Diagramação e Capa

Aline Sentone
Juliana Gomes de Souza Dias

Realização

Multimeios
Secretaria de Estado
da Educação do Paraná

DISTRIBUIÇÃO GRATUITA
IMPRESSO NO BRASIL

O mundo da Matemática

Episódio 10 – "Medindo a chuva"

1 Introdução

No audiovisual "Medindo a chuva", episódio 10 do programa "O Mundo da Matemática", Júlia precisa entender o uso do equipamento que mede a quantidade de chuvas: o pluviômetro. Rafael ajuda Júlia a compreender todos os cálculos necessários para medir a chuva. O que Rafael não sabia é que uma aula sobre a chuva pode ser muito inspiradora.

1.1 Medindo a chuva

As pessoas medem o volume de chuva há milhares de anos. Os registros mais antigos de que se tem conhecimento foram feitos na Grécia por volta de 500 a.C. Mais ou menos um século depois, soberanos da Índia enviavam tigelas às vilas de seus reinos como uma ferramenta oficial para medir quantidade de chuvas e associá-la à colheita dos fazendeiros. Essas medições de volume de chuva eram então usadas para determinar quais seriam os impostos sobre as terras dos fazendeiros.

Para se medir a quantidade de precipitação (ou quantidade de chuvas) caída por unidade de superfície, durante certo intervalo de tempo, utiliza-se um pluviômetro. A medição é expressa em milímetros de altura (mm) ou em litros por metro quadrado (L/m^2).

O cálculo da precipitação mensal obtém-se a partir da soma do volume de água caída durante todos os dias de um mês. Do mesmo modo, a precipitação total anual resulta da soma do volume de água caída ao longo dos meses do ano.

A variação da precipitação à superfície do globo resulta da ação conjunta de vários fatores:

- latitude (Pressão atmosférica);
- proximidade ou afastamento do oceano;
- correntes marítimas;
- relevo.

A medição da quantidade da água que cai em uma região é dita pluviometria. Sendo os diversos tipos de precipitação, de um modo geral, medidos indiscriminadamente através do seu equivalente em água pela chamada altura pluviométrica (diz-se que caíram x mm de chuva).

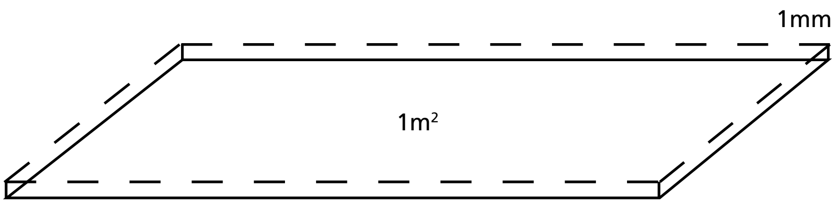
O aparelho que mede a quantidade de chuva durante um período de tempo é o **pluviômetro**.

Um pluviômetro simples (experimental) consiste num recipiente cilíndrico ao qual está acoplado um receptor na forma de funil, cuja boca é uma região circular de diâmetro relativamente maior do que aquele do cilindro.

Ao cilindro armazenador é adicionado uma espécie de medidor, uma escala, cujo objetivo é medir a quantidade de água precipitada no cilindro.

O termo utilizado para se referir à quantidade de chuva durante um período de tempo é “pluviosidade” e a unidade de medida que indica a pluviosidade é o milímetro (mm). À pluviosidade de 1mm corresponde a queda de 1 litro (L) de água em uma região de $1m^2$.

Volume da caixa: área da base x altura



$1m^2 \times 1mm$

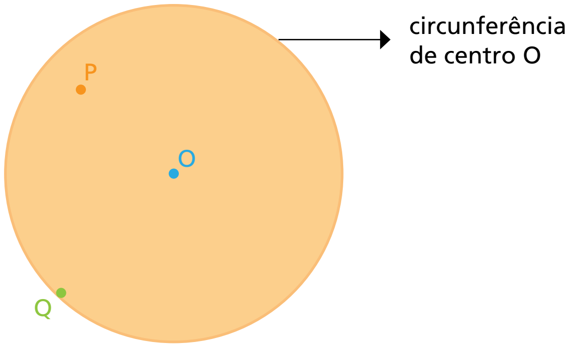
$1m^2 \times 0{,}001m = 0{,}001m^3$

$= 1dm^3 = 1L$

1.2 Área do círculo

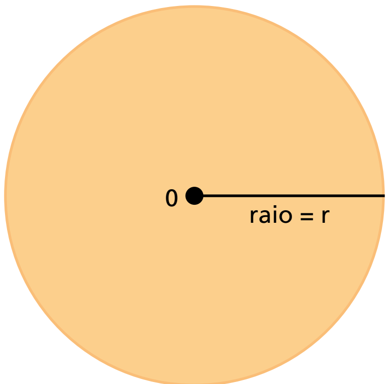
Círculo é uma figura plana limitada por uma circunferência, ou seja, é a reunião da circunferência com todos os pontos que estão em seu interior.

P ▸ pertence ao círculo
P ▸ não pertence à circunferência
Q ▸ pertence ao círculo
Q ▸ pertence à circunferência



Comprimento da circunferência:

A circunferência de raio **r** tem comprimento igual a $2\,\pi\,r$ onde π é o número irracional cujo valor é aproximadamente 3,1415926535. Por vezes, especialmente nas aulas no Ensino Médio, os professores sugerem que o aluno use aproximações como 3,14 ou 3,1416.



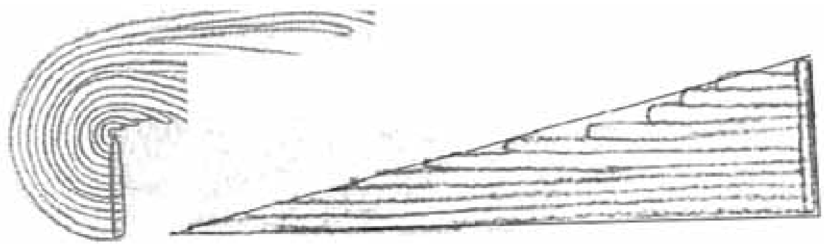
Um exemplo de cálculo da área do círculo pode ser estudado desenvolvendo a seguinte atividade:

1 - vamos enrolar uma corda sobre si própria, de forma a fazermos um círculo, conforme mostra a figura.

2 - Vamos marcar o centro deste círculo:

3 - Com uma tesoura fazemos um corte – estaremos cortando o raio deste círculo

4- Estendemos os fios cortados conforme mostra a figura



5 - Podemos observar que, estendendo todos os fios que formam o círculo, conseguimos formar um triângulo de modo que:

i) a base do triângulo é o comprimento da circunferência;
ii) a altura do triângulo é o raio da circunferência.

6- Podemos assim concluir que: Área do triângulo = Área do círculo
Já sabemos que:

$$\text{Área do triângulo} = \frac{base \ x \ altura}{2}$$

Portanto, usando as relações anteriores temos que:

$$\text{Área do círculo} = \frac{\text{comprimento da circunferência x raio}}{2}$$

Logo, como o comprimento da circunferência de raio r é $2\pi r$, temos:

$$\text{Área do círculo} = \frac{2\pi r.r}{2}$$

$$\text{Área do círculo} = \pi r^2$$

1.3 Volume de um sólido

Podemos encontrar diferentes definições para a palavra "volume". No entanto, em Matemática, volume significa o espaço ocupado por um corpo. Todo sólido geométrico ocupa espaço e possui volume. A unidade mais usada como medida de volume é metros cúbicos (m^3).

Em determinadas situações, especialmente quando se trata de grandes quantidades, (como por exemplo a quantidade de água consumida em uma cidade) é usual usar a relação:

$1m^3$ (metro cúbico) = 1000 litros

Em outras situações, especialmente naquelas em que se trata de pequenas quantidades, (como é o caso, por exemplo, dos componentes de um remédio) podemos usar:

$$1cm^3 = 1 \text{ ml (mililitro)}$$

Em situações cotidianas usamos:
1 litro = $1000cm^3$ (centímetro cúbico) = $1dm^3$ (decímetro cúbico)
Podemos concluir que as principais unidades usadas quando se trata de medidas de volume são:

- $1m^3$ = 1000 litros
- $1cm^3$ = 1 ml (mililitro)
- 1 litro = $1000cm^3$ (centímetro cúbico) = $1dm^3$ (decímetro cúbico)

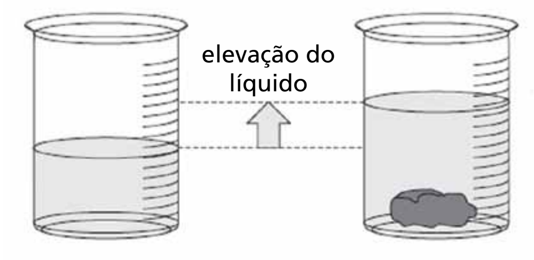
Em muitas situações, também podemos pensar no volume como uma medida de capacidade.

1.3.1 Como calcular o volume

A preocupação com o cálculo de volumes é bastante antiga. Há milhares de anos a civilização egípcia já conhecia alguns processos para esse cálculo. Os habitantes da Grécia Antiga aprimoraram esses processos e desenvolveram outros. Destaca-se o trabalho do matemático e físico Arquimedes, que viveu no século III a.C.

Desenvolvendo raciocínios bastante criativos, Arquimedes mostrou como calcular o volume de diversos sólidos geométricos. Conta-se que, enquanto tomava banho em uma banheira, constatou que a água subia quando ele mergulhava. Essa quantidade de água que subia era volume do seu corpo.

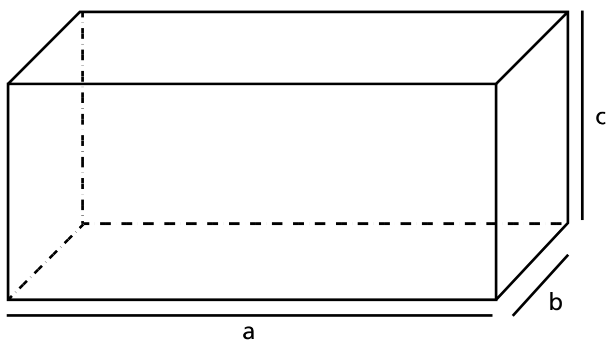
Veja como obter o volume de um sólido qualquer, como uma pedra, uma fruta, um legume etc. usando o princípio de Arquimedes.



A diferença entre os dois resultados é o volume do sólido.

Em se tratando de sólidos geométricos, o volume pode ser determinado pelo produto da medida da área da base pela medida da altura. De uma forma geral, podemos fazer:

Volume = Área *da base x altura* ou seja, *Volume = a.b.c*



1.4 Cilindro

A forma cilíndrica é muito usada em vasilhames, utensílios domésticos, caixas d'água, entre outros. Assim é importante que conheçamos suas características, já que, em muitas situações, precisamos calcular o seu volume.

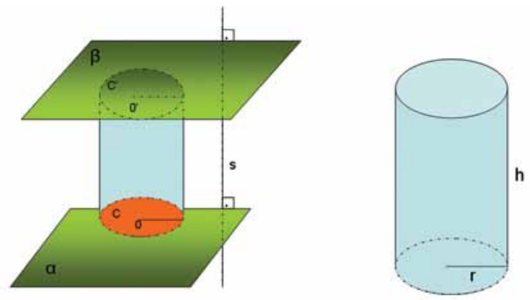
Entre os diferentes tipos de cilindros que podemos encontrar, o mais comum é o cilindro circular reto.

1.4.1 Como é construído um cilindro circular reto em Matemática

Sejam α e β dois planos paralelos distintos, uma reta **s** secante a esses planos e perpendicular aos planos e um círculo C de centro O contido no plano α. Consideremos todos os segmentos de reta, paralelos a **s**, de modo que cada um deles tenha um extremo pertencente ao círculo C e o outro extremo pertencente ao plano β.

A reunião de todos esses segmentos de reta é um sólido chamado de cilindro circular reto limitado de bases C e C' ou simplesmente cilindro circular reto.

A reta **s** é denominada *geratriz* do cilindro.



Levando em consideração o cálculo do volume do cilindro, é essencial identificar os elementos:

- bases: São as regiões circulares C e C';
- altura: A altura de um cilindro é a distância entre os dois planos paralelos que contêm as bases do "cilindro" (h).
- raio: é o raio da base circular (r).

1.4.2 Volume do cilindro

Considerando o volume de um sólido regular qualquer, sabemos que

Volume= Área da **base** x **altura**

Assim, considerando os elementos do cilindro temos que

$$V = A_{base}.h \Rightarrow V = \pi.r^2.h$$

onde *r* é o raio da base e *h* é a altura do cilindro.

1.5 Sobre o valor de π

O símbolo π é a 16ª letra do alfabeto grego e é a inicial da palavra grega *periphereia* que significa circunferência.

Por volta de 240 a.C., o matemático grego Arquimedes (287-212 a.C.) realizou uma das primeiras tentativas científicas de calcular o valor de π, percebendo que

$$k = \frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{diâmetro}}$$

O escritor inglês William Jones (1675-1749) foi o primeiro a utilizar o símbolo   para indicar a razão entre o comprimento da circunferência e o diâmetro, em uma publicação de 1706 apresentando

$$\pi = \frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{diâmetro}}$$

Porém, esse símbolo só atingiu uma aceitação geral depois que o matemático suíço Euler (1707-1783) o adotou por volta de 1737.

Atualmente, cálculos efetuados por computadores podem dar a precisão de π com bilhões de casas decimais.

2 Objetivos

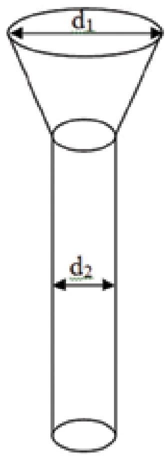
- Entender como se mede a quantidade de chuva;
- Calcular área de círculos;
- Calcular volume de sólidos geométricos regulares (cilindro circular reto e paralelepípedo);
- Estabelecer relações entre medidas.

Sugestão de atividade

Após assistir ao vídeo, o professor pode propor atividades que permitam aos alunos refletir, questionar e aprofundar seus conhecimentos sobre os conteúdos abordados. A seguir apresentamo uma sugestão.

Atividade 1

Construir a escala de um pluviômetro, dados os valores dos diâmetros do funil e do cilindro.



As medições realizadas fornecem os dados:

- d_1=15,30 cm = 0,153m e r_1= 0,0765m
- d_2=6,30 cm =0,063m e r_2=0,0315m

Comentários para o professor:

Assim, é preciso associar a pluviosidade (dada em mm) à uma escala dada em cm de modo que seja possível identificar a unidade da escala (em cm) associada à pluviosidade (em mm). A área onde se recolhe a chuva é a área de abertura do funil de diâmetro d_1 e raio $r_{1.}$ A água que passa no funil deposita-se no cilindro circular reto de diâmetro d_2 e raio r_2.

A quantidade de água que vai ser armazenada no cilindro do pluviômetro está relacionada com a área da boca do funil, uma vez que é ali captada.

Pode-se observar que a boca do funil é uma região circular. Assim, é preciso que os alunos calculem a área do círculo.

Sabendo que *Área do círculo* = πr^2, a área de entrada da água (área da boca do funil) é dada por:

$$A_{bocadofunil} = A_1 = \pi(r_1)^2$$

$$A_1 = \pi\ (0{,}0765)^2 = 0{,}01838\ m^2$$

Para se determinar quanta água está depositada no interior do cilindro é preciso realizar o cálculo do volume do cilindro circular reto. Para isso, pode-se considerar a água depositada atingindo 1 cm na escala.

Daí, temos:

Área da seção reta do cilindro:

$$A_{seçãodocilindro} = A_2 = \pi\ (r_2)^2$$

$$A_2 = \pi\ (0{,}0315)^2 = 0{,}00311\ m^2$$

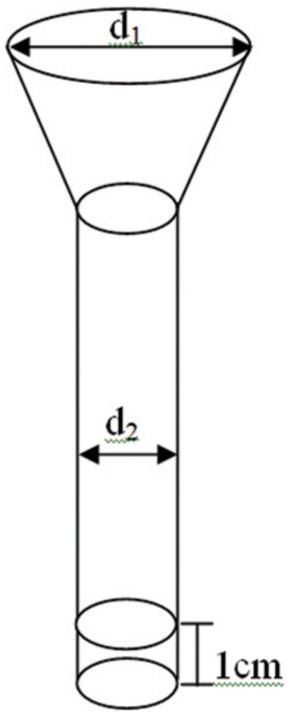
Volume do cilindro:

$V_{cilindro} = A_{base} \ .\ h$

$V_{cilindro} = (0{,}00311 m^2)\ .\ 1cm$

$V_{cilindro} = (0{,}00311 m^2)\ .\ 0{,}01m$

$V_{cilindro} = 0{,}0000311 m^3$



E A QUESTÃO DA PLUVIOSIDADE?

Pois bem: pluviosidade medida em mm é L/m^2, ou seja 1mm de pluviosidade corresponde a $1L/m^2$ de chuva.

Temos

Pluviosidade (ρ) dada em 1mm

$$\frac{volume}{área} = \frac{1L}{m^2}$$

Em nosso caso:

$$\rho = \frac{volume\ do\ cilindro\ com\ 1cm\ de\ altura}{area\ da\ boca\ do\ funil} = \frac{0{,}0000311m^3}{0{,}01838m^2}$$

$$\rho = 0{,}00169m \Rightarrow \rho = 1{,}69mm$$

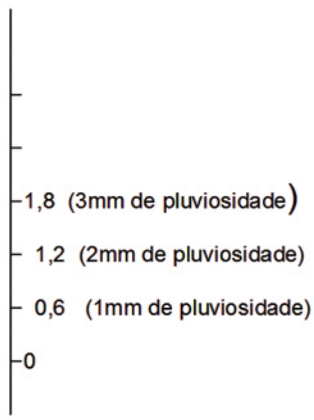
COMO ENTÃO CONSTRUIR A ESCALA?

Temos

1 cm na escala ________________ 1,695 pluviosidade

x cm na escala ________________ 1 mm de pluviosidade

Assim, uma escala para o pluviômetro é:



Atividade 2- Construir um pluviômetro com os alunos

Comentários para o professor:

Para a construção de um pluviômetro, é necessário providenciar um cilindro circular reto transparente (um copo, por exemplo), um funil que se encaixe na boca do cilindro, uma escala graduada. Para a obtenção da escala graduada, é preciso realizar cálculos para o funil e o cilindro como feito na atividade 1.

Oriente os alunos para que se reúnam em grupos e desenvolvam a atividade em conjunto. O professor pode ser orientador no desenvolvimento da construção.

4 Avaliação

A avaliação pode ser realizada durante todo o desenvolvimento das atividades, por meio de questionamentos. O professor pode aproveitar as respostas dos alunos para fazer as intervenções que julgar necessárias.

O professor também pode avaliar a precisão do cilindro construído por alunos reunidos em grupos.

Condigital

FNDE
Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

Realização:

Secretaria de Estado da Educação
Cada dia melhor

Seti
Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

UFPR

LACTEC