



## Guia do Professor

# Vídeo

### Grande Hotel 2

### Série Matemática na Escola

#### Objetivos

1. Trabalhar o conceito de infinito;
2. Introduzir o conceito de convergência;
3. Trabalhar probabilidade condicional em um conjunto infinito de eventos.

**ATENÇÃO** Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

**LICENÇA** Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 

# Grande Hotel 2

## **Série**

Matemática na Escola

## **Conteúdos**

Probabilidade; Probabilidade Condicional.

## **Duração**

Aprox. 10 minutos.

## **Objetivos**

1. Trabalhar o conceito de infinito; Tratar convergência de sequências; Trabalhar probabilidade condicional em um conjunto infinito de eventos.

## **Sinopse**

Um Pintor se depara com o problema de pintar as infinitas portas do Hotel de Hilbert. Para cumprir seu trabalho ele recorre ao conhecimento do paradoxo de Zenon e da solução oferecida por Leibniz ao estabelecer o conceito de convergência.

## **Material relacionado**

Vídeos: *Grande Hotel*; *Hotel de Hilbert*, *A espera da meia noite*.

# Introdução

---

## Sobre a série

---

A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

## Sobre o programa

---

O cenário é, mais uma vez, o celebre Hotel de Hilbert, com seus infinitos quartos. Desta vez, um pintor é incumbido de pintar as portas dos quartos e para cumprir a tarefa ele recorre ao conceito de convergência, inspirado pelo paradoxo de Zenon.



Para pintar os quartos o pintor tem um prazo  $T = 30$  dias, e sua estratégia é pintar 10 quartos nos primeiros  $\frac{1}{2}T = 15$  dias, os próximos 10 quartos nos próximos  $\frac{1}{4}T$  dias, e assim por diante, de forma que ele terá terminado o serviço em

$$T = T/2 + T/4 + T/8 + \dots + T/2^n + \dots \text{ dias,}$$

uma vez que o somatório (série) acima converge.

Além disso, as portas deveriam ser pintadas de azul com uma faixa amarela. De acordo com o esquema criado pelo pintor, a cada dez portas pintadas de azul uma delas seria pintada com uma faixa amarela.



A escolha da porta a ser pintada com a faixa é feita aleatoriamente, o que de acordo com o pintor garante que cada uma das portas receberá uma faixa. De fato, a probabilidade de pintar cada uma das portas é igual a 1, como mostrado no vídeo (veja também a explicação na seção “Probabilidade” abaixo).

# Sugestões de atividades

---

## Antes da execução

---

Para entender melhor o vídeo convém que os alunos tenham alguma familiaridade com o conceito de infinito, para o que sugerimos o vídeo O Grande Hotel desta coleção. Também é importante que os alunos estejam familiarizados com o cálculo de probabilidades, em particular com a regra do produto e com probabilidade condicional.

## Depois da execução

---

Visando esclarecer o conceito de convergência, ainda que de maneira informal, e o cálculo de probabilidades que aparece no vídeo recomendamos as seguintes atividades:

### Convergência

Vamos verificar que a sequência  $(1/n)$  se aproxima arbitrariamente de zero. Para tanto procederemos da seguinte forma. Primeiro mostre que a sequência é decrescente. Depois peça a um aluno que diga um número positivo menor que 1 “bem pequeno”  $r$ . Então o professor encontrará um número natural  $N$  tal que  $1/N < r$ . Como a sequência é decrescente o mesmo vale para todo  $n > N$ . Para tanto basta tomar um número natural  $N$  maior do que  $1/r$ . Proceda desta forma algumas vezes para que os alunos compreendam o significado de: A sequência se aproxima de zero tanto quanto se queira.

### Probabilidade

Determinemos a probabilidade de não pintar a faixa em uma porta dada. Por exemplo, fixemos a porta número 8. O raciocínio é o mesmo para qualquer porta que se escolha.

Na primeira leva de pintura, o pintor pinta as 10 primeiras de azul e sorteia uma dessas portas para pintar a faixa. A probabilidade de não escolher a porta 8 para pintar a faixa é igual a  $9/10$ , indicando as 9 portas restantes das 10 já pintadas de azul.



Na segunda leva, o pintor pinta mais duas portas e escolhe uma entre as 19 portas já pintadas de azul e ainda sem faixa amarela. A probabilidade de não pintar a porta 8 nesta leva é igual a  $18/19$ .

Denotemos por  $X_i$  o número da porta escolhida na leva  $i$ . Com esta notação, a probabilidade de não pintar a porta 8 nem na primeira nem na segunda leva é igual a

$$P(X_1 \neq 8 \text{ e } X_2 \neq 8) = P(X_1 \neq 8) P(X_2 \neq 8 | X_1 \neq 8) = 9/10 \times 18/19 .$$

Seguindo com este raciocínio, a probabilidade de não pintar a porta 8 até a terceira leva é igual a

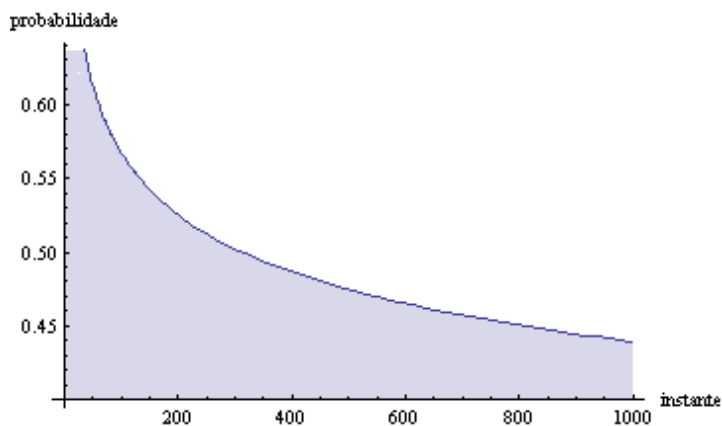
$$\begin{aligned} P(X_1 \neq 7 \text{ e } X_2 \neq 7 \text{ e } X_3 \neq 7) &= P(X_1 \neq 7) P(X_2 \neq 7 | X_1 \neq 7) P(X_3 \neq 7 | X_1 \neq 7 \text{ e } X_2 \neq 7) \\ &= 9/10 \times 18/19 \times 27/28. \end{aligned}$$

Estes valores são cada vez menores, já que multiplicamos cada número da seqüência por um valor sempre menor que um.

A probabilidade  $P_n$  de não pintar a porta 8 até o dia  $n$  é igual a

$$P_n = \frac{9}{10} \times \frac{18}{19} \times \frac{27}{28} \times \dots \times \frac{9n}{9n+1} .$$

O gráfico da seqüência ( $P_n$ ) destas probabilidades mostra claramente sua convergência para zero, já que teremos infinitos instantes para realizar a pintura.



---

## Sugestões de leitura

---

P. Meyer (2000). Probabilidade: Aplicações à Estatística. Editora LTC.

W. Feller (1976). Introdução à Teoria das Probabilidades e suas Aplicações, vol I. Editora Edgard Blücher.

Site recomendado: ALEA – Acção Local de Estatística Aplicada,  
<http://alea-estp.ine.pt>

---

## Ficha técnica

---

Autor *Alison Melo*

Revisão *Laura Rifo*

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenador académico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

### **Universidade Estadual de Campinas**

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

### **Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica**

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*

