



Matemática  
Multimídia

Análise de dados  
e probabilidade



## Guia do Professor



# Vídeo


## Conclusões precipitadas

### Série Matemática na Escola

#### Objetivos

1. Apresentar a teoria dos conjuntos de maneira lúdica;
2. Identificar, através do raciocínio dedutivo, premissas verdadeiras ou falsas.

**ATENÇÃO** Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

**LICENÇA** Esta obra está licenciada sob uma licença Creative Commons 



UNICAMP

# Conclusões precipitadas

## Série

Matemática na Escola

## Conteúdos

Teoria dos conjuntos; Raciocínio dedutivo.

## Duração

Aprox. 10 minutos.

## Objetivos

1. Apresentar a teoria dos conjuntos de maneira lúdica;
2. Identificar, através do raciocínio dedutivo, premissas verdadeiras ou falsas.

## Sinopse

Maria, uma jovem que gosta muito de meditar, aproveita o tempo com seu mestre para tirar algumas dúvidas que afligem seu coração. Eles conversam, calmamente, desde um fato corriqueiro de grama molhada à premissa de traição criada pelo seu ex-noivo Jurandir.

## Material relacionado

Áudios: *Como descobrir a verdade*;

Vídeos: *Lógica de Alice*, *Revanche de Alice*.

# Introdução

---

## Sobre a série

---

A série *Matemática na Escola* aborda o conteúdo de matemática do Ensino Médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e podem ser introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula ou fechamentos de um tema ou problema desenvolvidos pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático; além disso, pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

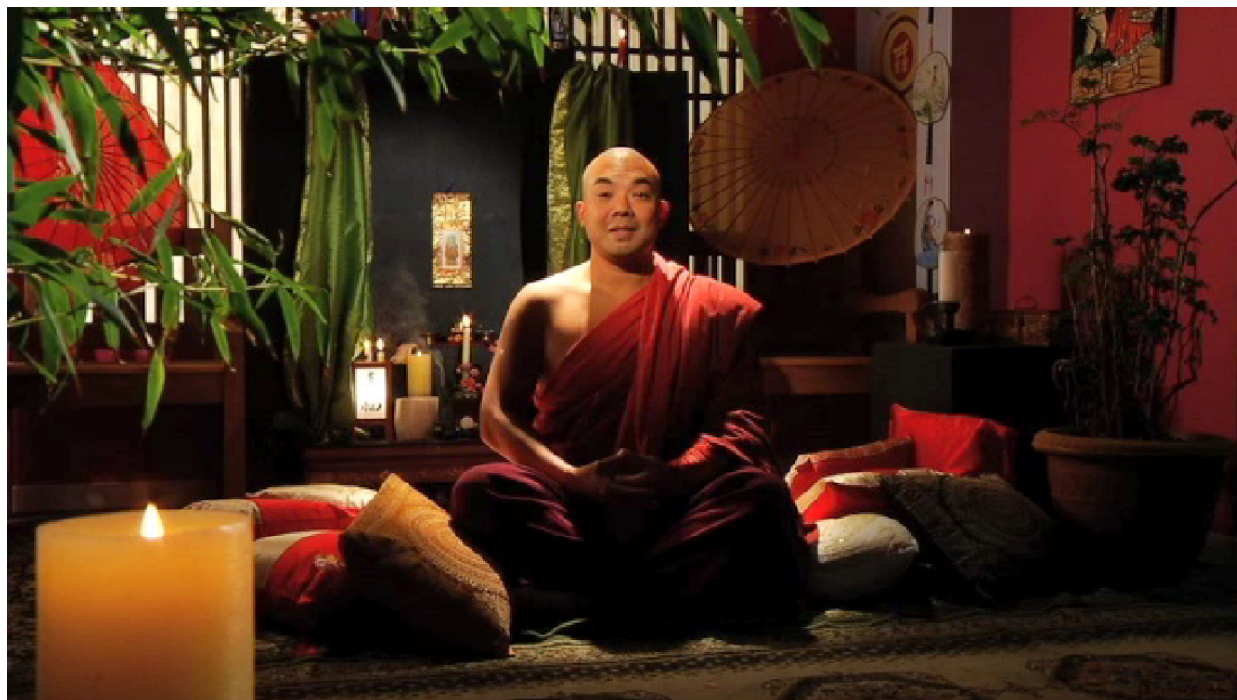
## Sobre o programa

---

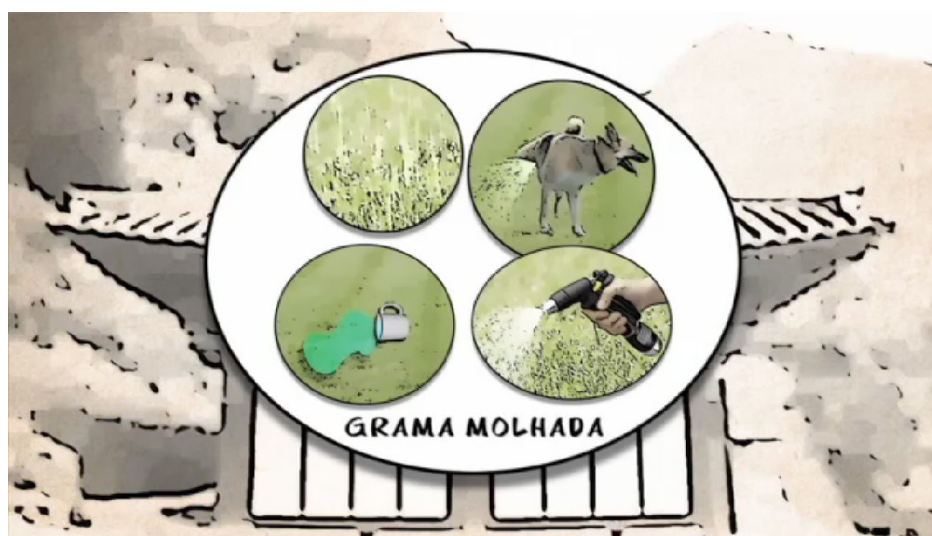
Maria em consulta com o seu mestre coloca algumas inquietações, algumas dúvidas terríveis.



O mestre, com toda a paciência, coloca os elementos em seus devidos conjuntos e usa a matemática da teoria dos conjuntos para evitar que ela chegue a conclusões precipitadas.



O programa usa, de forma fictícia, a conversa entre um mestre e uma aprendiz. É importante ser cauteloso e evitar apologias e críticas a qualquer opção pessoal e, se necessário, moderar as eventuais manifestações públicas entre os alunos na escola. A diversidade cultural é um patrimônio da nossa sociedade e deve ser respeitada.



No programa, Maria considera de maneira lógica alguns eventos. O mestre confirma e reforça a sequência de raciocínio com o uso de algumas propriedades da teoria dos conjuntos.



# Sugestões de atividades

---

## Antes da execução

---

Sugerimos algumas das charadas abaixo. O deste preparo é enfatizar o aspecto da lógica matemática que no Ensino Médio é traduzida na teoria clássica dos conjuntos.

- Contexto: Um homem mora no 16º andar de um prédio. Para ir ao seu apartamento: em dias de sol ele sobe pela escada; em dias de chuva, sobe pelo elevador. Por que ele tem este estranho hábito?

Explicação: O homem é anão. Em dias de chuva ele carregava consigo o guarda-chuva, com isso ele conseguia alcançar o botão do 16º andar. Em dias de sol ele subia pela escada porque não conseguia alcançar esse botão do elevador.

Comentários: O elevador tem problema de acessibilidade, mas a moral da história é que não se pode chegar a conclusões precipitadas sem maiores informações.

- Contexto: Romeu e Julieta foram encontrados mortos numa sala com a porta aberta e uma janela para o jardim. E ao lado deles havia uma poça, pedras e cacos de vidros. Como Romeu e Julieta morreram?

Solução: Romeu e Julieta, como os personagens de Shakespeare, são encontrados mortos. Acontece que, nesta história, ao invés de seres humanos, eles são peixes com os nomes de Romeu e Julieta. Eles viviam numa sala dentro de um aquário. Num dia qualquer, um gato entrou na sala e pulou em cima do aquário. Como isso o gato derrubou e quebrou o aquário. O gato assustado fugiu depois de ter cometido o desastre, e logo em seguida Romeu e Julieta morreram.

Comentários: Uma das primeiras perguntas que deverá surgir é "Havia sangue?". A resposta deve ser negativa. Haverá muita intriga até que os participantes descubram quem eram Romeu e Julieta desta história. Uma boa dica para quando não houver brilhantes conclusões é que os dois não estavam vestidos.

Se você achar que o dado da região entre a cidade A e B ser montanhosa e por isso faz com que a viagem de trem passe pelo menos por um túnel, for muito complicada, diga então que existe um túnel na viagem entre a cidade A e B.

- Contexto: Um dono de uma mina de ouro trabalhava todo dia e sempre encontrava o vigia noturno saindo de seu turno. Um dia, o vigia disse para ele:

*"Patrão, não pegue hoje a estrada de sempre para voltar pra sua casa. Pois esta noite sonhei que um deslizamento cairia sobre o carro do senhor e o senhor morreria."*

O patrão agradece e vai para o trabalho. No dia seguinte, ao encontrar o vigia novamente, ele o despede. Por quê?

Solução: O vigia era noturno. Logo, a sua obrigação era de vigiar à noite. Porém, quando disse ao patrão que havia sonhado a noite, confessou que tinha dormido, não cumprindo com a sua obrigação.

Comentários: Apesar de este enigma ser bem curto e simples, ele é muito inteligente. É um daqueles enigmas que se a pessoa não descobrir logo de início ela vai tomar um rumo completamente louco devido às armadilhas do conto, como a mina de ouro e o próprio conteúdo do sonho. Quando você contar esse enigma, por favor, não

se esqueça da parte mais importante do texto "... pois esta noite sonhei".

O professor conta somente o contexto e deixa para os alunos discutirem o que aconteceu. Depois da discussão, os alunos poderão fazer perguntas pertinentes à história e o professor só poderá responder SIM, NÃO ou É IRRELEVANTE, até que alguém desvende as charadas.

Aproveitando essa mesma aula, o professor pode introduzir o conceito de raciocínio dedutivo partindo de uma premissa, silogismo, e, após a execução do vídeo na aula seguinte, continuar com a teoria e atividades.

## Depois da execução

---

Logo após a execução e uma breve discussão sobre o vídeo, o professor pode começar com noções de raciocínio dedutivo, lembrando a aula anterior e aprofundando um pouco mais o assunto: trabalhando com a lógica proposicional e silogismos para depois entrar no conteúdo mais específico da teoria dos conjuntos. Vale a pena também garantir que os alunos lembrem-se da notação de conjuntos ( $\notin$ ,  $\in$ ,  $\subset$ ,  $\not\subset$ , por exemplo).

### Atividade 1 Exercício

Verifique se os silogismos a seguir são válidos e verdadeiros.

a) Todo comunista lê Karl Marx.

Julinho lê Karl Marx.

Logo, Julinho é comunista.

b) Todo leitor de Karl Marx é comunista.

Julinho é comunista.

Logo, Julinho lê Karl Marx.

c) Se tu não o perdeste, tu o tens.

Tu não o perdeste.

Tu o tens.

d) Os presos não podem sair da cadeia.

Vi Julinho na cadeia.

Julinho é um preso.

e) Os professores mineiros são muito cultos.

Os professores cariocas não são mineiros.

Os professores cariocas não são muito cultos.

f) Muitos brasileiros já foram à Europa.

Eu nunca fui à Europa.

Eu não sou brasileiro.

g) Quem fuma sofre do coração.

Fulano sofre do coração.

Fulano fuma.

h) Toda planta é ser vivo.

O animal é ser vivo.

O animal é planta.

## Atividade 2 Construção de tabelas-verdade

Sugerindo várias proposições simples:  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s, \dots$ , o professor pode pedir que os alunos construam tabelas-verdade combinando os conectivos lógicos que foram estudados ( $\sim$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$  etc.) e construir proposições compostas, tais como:

$$(p \wedge q) \rightarrow (\sim p \vee r).$$

É possível construir tabelas-verdade correspondentes a qualquer proposição composta dada. Esta tabela mostrará os casos em que a proposição composta é verdadeira ou falsa, de acordo com os valores lógicos das proposições simples que a compõem, bem como dos conectivos que foram usados. As tabelas-verdade poderão ser muito úteis na análise de argumentos lógicos

OBS: A tabela-verdade de uma proposição composta terá  $2^n$  linhas, sendo  $n$  o número de proposições simples existentes.

A justificativa da propriedade acima é decorrente da matemática combinatória e do princípio fundamental da contagem. Cada



proposição simples tem duas possibilidades de julgamento (V ou F); como são  $n$  proposições, teremos:  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \dots = 2^n$

### Atividade 3

Após ter trabalhado com os conceitos e explicações mais simples da teoria dos conjuntos, o professor pode aprofundar o assunto e organizá-lo em formas de teoremas. Sugerimos que escolha alguns teoremas e faça as demonstrações junto com alunos. Veja abaixo alguns exemplos:

1. O conjunto  $\emptyset$  é um subconjunto de qualquer conjunto:

Demonstração: Seja  $A$  um conjunto qualquer. Provaremos que a proposição condicional

$$(x \in \emptyset) \rightarrow (x \in A)$$

é verdadeira para todo  $x$ . Como o conjunto  $\emptyset$  não tem nenhum elemento, a afirmação " $x \in \emptyset$ " é falsa, enquanto que " $x \in A$ " pode ser verdadeira ou falsa. Em qualquer dos casos, a afirmação condicional  $(x \in \emptyset) \rightarrow (x \in A)$  é verdadeira. Assim,  $\emptyset \subset A$ , para qualquer conjunto  $A$ .

2. Se  $A \subset B$  e  $B \subset C$  então  $A \subset C$ .

Demonstração: Demonstraremos que  $(x \in A) \rightarrow (x \in C)$ :

$(x \in A) \rightarrow (x \in B)$ ; porque  $A \subset B$

$\rightarrow (x \in C)$ ; porque  $B \subset C$

Portanto, pela Lei Transitiva, temos  $(x \in A) \rightarrow (x \in C)$ , consequentemente, demonstramos que  $A \subset C$ .

Seguindo os exemplos, sugerimos os seguintes exercícios:

1. Mostre que o conjunto de letras da palavra "catarata" e o conjunto de letras da palavra "catraca" são iguais.

2. Decida, dentre os seguintes conjuntos, quais são subconjuntos de quais:



(a)  $A = \{\text{todos os números reais satisfazendo: } x^2 - 8x + 12 = 0\}$

(b)  $B = \{2; 4; 6\}$

(c)  $C = \{2; 4; 6; 8; \dots\}$

(d)  $D = \{6\}$

3. Liste todos os subconjuntos do conjunto  $\{-1; 0; 1\}$ .

4. Demonstre que  $[(A \subset B) \wedge (B \subset A)] \Leftrightarrow (A = B)$  [Dica: Pode-se mostrar que  $A = B$  se  $A \subset B$  e  $B \subset A$ ].

5. Demonstre que se  $A \subset \emptyset$  então  $A = \emptyset$ .

6. Em cada um dos seguintes itens, determine se a afirmação é verdadeira ou falsa. Se for verdadeira, demonstre-a. Se for falsa, mostre-o através de um exemplo (tal exemplo, mostrando que uma proposição é falsa, é chamado *contraexemplo*).

(a) Se  $x \in A$  e  $A \in B$ , então  $x \in B$ .

(b) Se  $A \subset B$  e  $B \in C$ , então  $A \in C$ .

(c) Se  $A \not\subset B$  e  $B \subset C$ , então  $A \not\subset C$ .

(d) Se  $A \not\subset B$  e  $B \not\subset C$ , então  $A \not\subset C$ .

(e) Se  $x \in A$  e  $A \not\subset B$ , então  $x \notin B$ .

(f) Se  $A \subset B$  e  $x \notin B$ , então  $x \notin A$ .

---

### Sugestões de leitura

---

Teoria dos conjuntos – Coleção Schaum, Seymour Lipschutz, editora McGraw Hill do Brasil.

---

## Ficha técnica

---

Autor *Thalita Cornélio*

Revisão *Samuel Rocha de Oliveira*

Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*

Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

### **Universidade Estadual de Campinas**

Reitor *Fernando Ferreira Costa*

Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*

Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

### **Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica**

Diretor *Jayme Vaz Jr.*

Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*