Matemática Multimídia

Números e funções

Guia do Professor

Vídeo

Cloro na piscina.

Série **Matemática na Escola**

Objetivos

1. Padrões em Sequências numéricas;
2. Porcentagens;
3. Unidade de medidas.

ATENÇÃO Este Guia do Professor serve apenas como apoio ao vídeo ao qual este documento se refere e não pretende esgotar o assunto do ponto de vista matemático ou pedagógico.

UNICAMP

FNDE FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO

Secretaria de Educação a Distância

Ministério da Ciência e Tecnologia

Ministério da Educação

Governo Federal

Cloro na piscina

Série
Matemática na Escola

Conteúdos
Sequências numéricas.

Porcentagens.

Duração
Aprox. 10 minutos.

Objetivos
1. Buscar padrões numéricos.
2. Construir uma sequência que tem uma boa propriedade: é limitada.
3. Introduzir o conceito de nível de manutenção da densidade de cloro.
4. Aplicar conceitos de porcentagens.

Sinopse
Um senhor quer tratar a água da piscina da sua casa usando cloro. Os seus netos logo virão visitá-lo e a água da piscina deve estar correta. O seu piscineiro não tem vindo e ele não sabe o que fazer. Fica preocupado e fala com sua vizinha que é engenheira química e lhe ensina a usar o cloro na água da piscina como também sobre algumas propriedades químicas do cloro.

Material relacionado
Experimentos: *Contando quadrados*;
Vídeos: *O caçador de sons de Fibonacci, Salvador o hipocondríaco.*

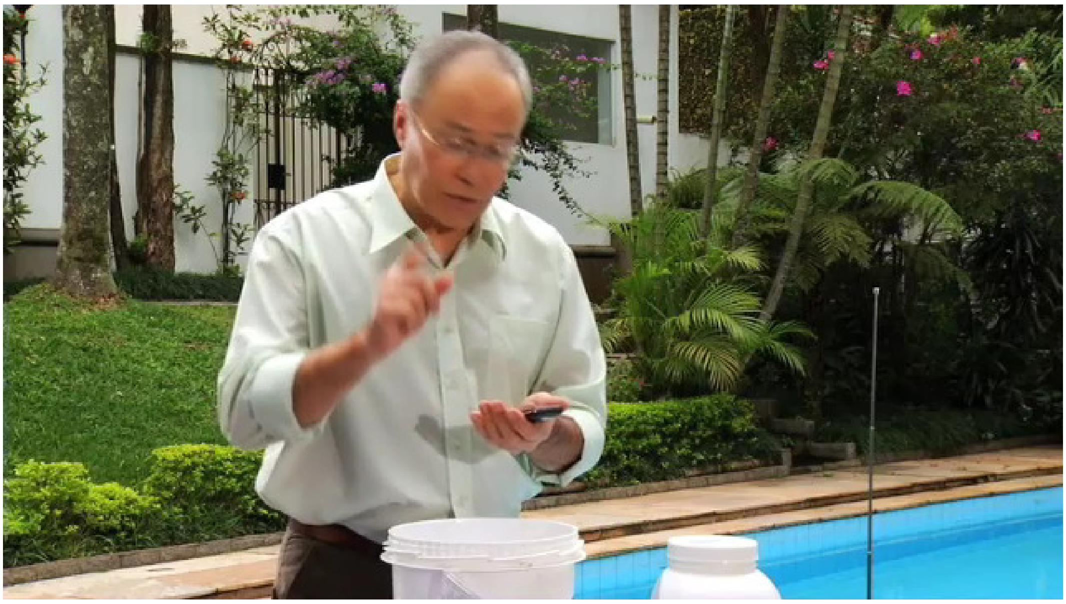
Introdução

Sobre a série

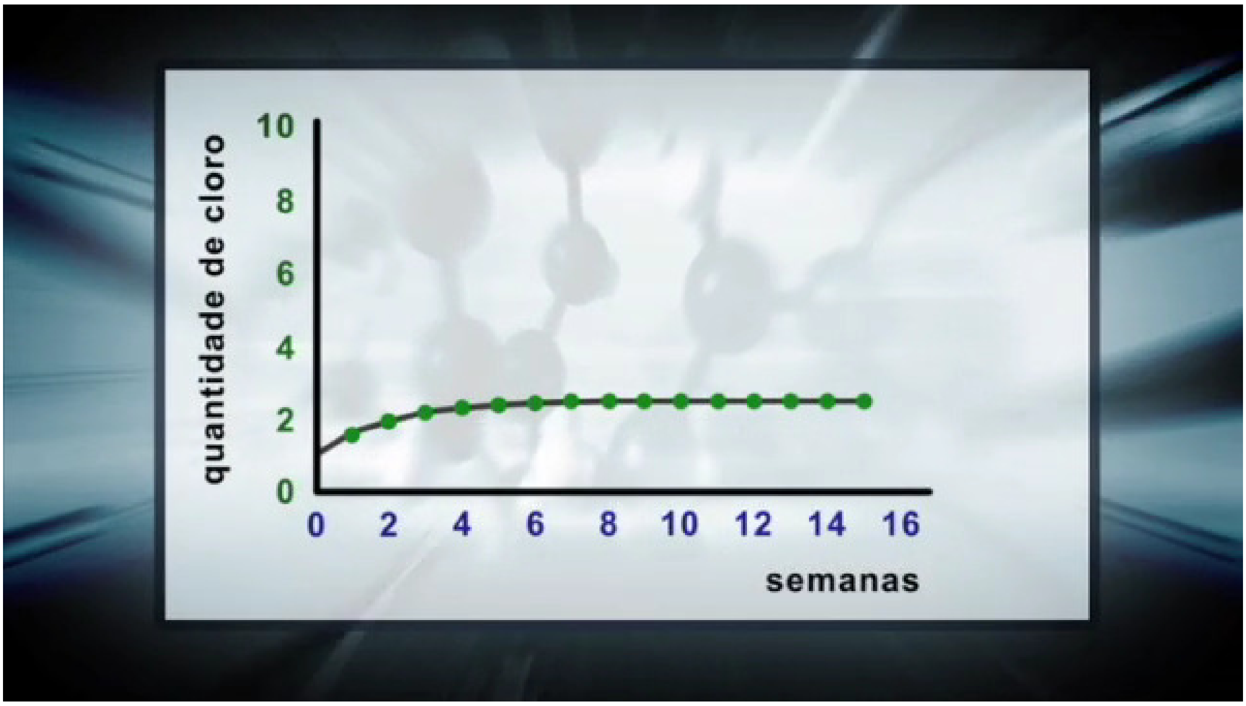
A série Matemática na Escola aborda o conteúdo de matemática do ensino médio através de situações, ficções e contextualizações. Os programas desta série usualmente são informativos e introdutórios de um assunto a ser estudado em sala de aula pelo professor. Os programas são ricos em representações gráficas para dar suporte ao conteúdo mais matemático e pequenos documentários trazem informações interdisciplinares.

Sobre o programa

Este vídeo é muito interessante, pois a partir de um problema fácil de compreender, gera uma sequência numérica que converge, ou seja, tem limite. Uma aproximação para o limite da sequência pode ser encontrado facilmente com uma calculadora ou um com uma planilha eletrônica.



O problema de encontrar o n-ésimo termo de uma sequência, ou de procurar padrões numéricos é de muita importância, pois leva o aluno a começar a fazer abstrações.



Vamos apresentar alguns exemplos que o professor pode usar antes ou depois do vídeo. Em seguida vamos deixar uma atividade, que é um problema semelhante a este do vídeo, que gera também uma sequência convergente.

Dizemos que uma sequência (a_n) de números reais converge para um número a, real, se

Lim $a_n = a$, quando n tende a infinito..

Exemplos de limites

1) ($1/n$), para $n \geq 1$, converge para 0.

2) ($(n+1)/n$), para $n \geq 1$, converge para 1.

3) A sequência constante igual a 1, converge para 1 mesmo.

4) a sequência formada por elementos da forma $a_{2n} = 1$ e $a_{2n+1} = -1$, não converge.

5) a sequência (2^{n}), $n \geq 0$, não converge. Dizemos que ela diverge.

Sugestões de atividades

Antes da execução

Converse com os seus alunos que algumas sequências numéricas podem ser definidas recursivamente, como por exemplo, a sequência de Fibonacci.

No caso do vídeo, $Q_n = 0{,}6Q_{n-1} + 1$, $Q_0 = 0$.

No caso de Fibonacci, $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$, para $n \geq 3$, $F_1 = F_2 = 1$.

A sequência de Fibonacci (F_n) diverge. Contudo a sequência (F_{n+1} / F_n) converge para o número de ouro. Ver no guia do professor do vídeo *Caçadores de sons de Fibonacci*.

Durante a execução

Professor, voce, pode ver durante o vídeo, como com uma calculadora, ou uma planilha eletrônica, se encontra o limite da sequência (Q_n) que é 2,5.

Para modelos de sequência desta forma, que sabemos que converge, pode-se encontrar o limite L da forma: passando ao limite, quando n tende a infinito, os dois lados da equação $Q_n = 0{,}6\ Q_{n-1} + 1$, obtemos $L = 0{,}6L + 1$, donde $L = 2{,}5$.

Observamos que nem sempre podemos investigar o limite de uma sequência na calculadora ou na planilha, contudo podemos encontrar um valor aproximado deste limite. Na classe com os alunos do ensino fundamental ou médio, é claro que o professor não vai calcular o limite formalmente, e sim procurar o valor aproximado de L na calculadora ou planilha.

Depois da execução

Coloque o seguinte problema para os seus alunos.

Problema: Um jovem sofreu uma contusão no joelho depois de um jogo de futebol. O médico prescreveu uma droga antiinflamatória.

O jovem deve tomar a cada 8 horas, um comprimido de 440 mg por 10 dias. É sabido que os rins do organismo humano eliminam 60% desta droga a cada 8 horas.

Quando esta droga atinge o seu nível de manutenção e qual é?

Solução: Chamando de A_n a quantidade de medicamento que estará no corpo do jovem imediatamente depois da ingestão de cada dose, temos que, $A_0 = 440$, $A_1 = 0,4\ A_0 + 440$,...., $A_{n+1} = 0,4\ A_n + 440$.

Usando uma calculadora, obtemos a seguinte sequência:

$A_0 = 440$; $A_1 = 616$; $A_2 = 686,4$; $A_3 = 714,56$; $A_4 = 725,8240$;

$A_5 = 730,3296$; $A_6 = 732,1318$; $A_7 = 732,8527$; $A_8 = 733,1411$;

$A_9 = 733,2564$; $A_{10} = 733,3026$; $A_{11} = 733,3210$; $A_{12} = 733,2284$;

$A_{13} = 733,3314$; $A_{14} = 733,3325$; $A_{15} = 733,3330$;

$A_{16} = 733,3332$; $A_{17} = 733,3333$. E dai por em diante não há mudanças com estas casas decimais consideradas.

Podemos então concluir o nível L de manutenção da droga é de aproximadamente 733,3333 e que vai acontecer a partir do décimo sétimo período.

Fazendo os cálculos, ou seja, aplicando o limite, para n tendendo a infinito, dos dois lados da equação $A_{n+1} = 0,4\ A_n + 440$, obtemos que

$L = 0{,}4\,L + 440$, ou seja, $L = 733{,}3333......$, uma dízima periódica.

Sugestões de leitura

Domingues , Hygino- Fundamentos de Aritmética – Atual Editora,1993.

Ficha técnica

Autor *Otilia Terezinha Wiermann Paques*
Revisão *Samuel Rocha de Oliveira*
Coordenação de Mídias Audiovisuais *Prof. Dr. Eduardo Paiva*
Coordenador acadêmico *Prof. Dr. Samuel Rocha de Oliveira*

Universidade Estadual de Campinas
Reitor *Fernando Ferreira Costa*
Vice-reitor *Edgar Salvadori de Decca*
Pró-Reitor de Pós-Graduação *Euclides de Mesquita Neto*

Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica
Diretor *Jayme Vaz Jr.*
Vice-diretor *Edmundo Capelas de Oliveira*