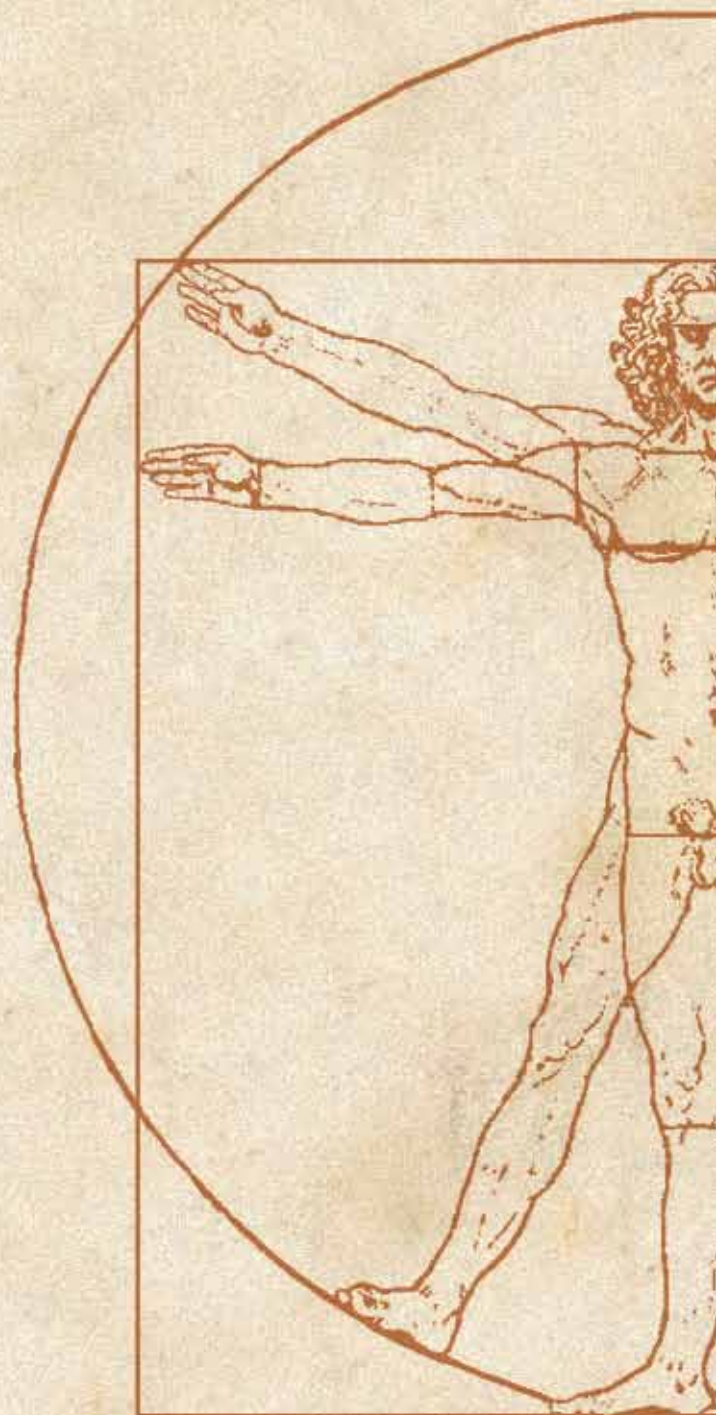


Guia do Professor

Conteúdos Digitais



Audiovisual 04

Cada tipo diferente!

Série Mundo da Matemática

Coordenação Geral

Elizabeth dos Santos

Autores

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Souza
Karina Alessandra Pessôa da Silva
Lourdes Maria Werle de Almeida
Luciana Gastaldi Sardinha Souza
Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino
Rodolfo Eduardo Vertuan

Revisão Textual

Elizabeth Sanfelice

Coordenação de Produção

Eziquiel Menta

Projeto Gráfico

Juliana Gomes de Souza Dias

Diagramação e Capa

Aline Sentone
Juliana Gomes de Souza Dias

Realização

Multimeios
Secretaria de Estado
da Educação do Paraná

DISTRIBUIÇÃO GRATUITA
IMPRESSO NO BRASIL



Audiovisual “Matemática na História”

Episódio 4 – Cada tipo diferente!

1 Introdução

No audiovisual “Cada tipo diferente!”, episódio 4 do programa “O Mundo da Matemática”, uma sessão de cinema desencadeia uma série de dúvidas em Rafael, Júlia e Julinho, sobre as possibilidades de calcular os tipos de pessoas que vivem na cidade. Para isso, terão de recorrer à teoria das probabilidades aplicada à genética.

Probabilidade

O termo probabilidade é usado de modo muito amplo na conversação diária para sugerir um certo grau de incerteza sobre o que ocorreu no passado, o que ocorrerá no futuro ou o que está ocorrendo no presente.

A ideia de probabilidade desempenha papel importante em muitas situações que envolvam uma tomada de decisão. Suponhamos que um empresário deseja lançar um novo produto no mercado. Ele precisará de informações sobre a probabilidade de sucesso para seu novo produto. Os modelos probabilísticos podem ser úteis em diversas áreas do conhecimento, tais como: Administração de Empresas, Economia, Psicologia, Biologia entre outros ramos da ciência.

1.1.1 Experimento aleatório

Denomina-se experimento todo fenômeno ou ação que geralmente pode ser repetido, cujo resultado é casual ou aleatório. Exemplos:

Considere os seguintes experimentos:

E1 – Lançar uma moeda e observar a face voltada para cima;

E2 – Lançar um dado e observar a face voltada para cima;

E3 – Inspeccionar uma lâmpada, buscando determinar se está boa ou se tem defeito;

E4 – Retirar uma carta de um baralho com 52 cartas e observar o seu naipe;

A análise desses experimentos revela:

a) cada experimento poderá ser repetido indefinidamente sob as mesmas condições;

b) não se conhece um particular valor do experimento “a priori”, porém pode-se descrever todos os possíveis resultados – as possibilidades.

1.1.2 Espaço amostral

Para cada experimento aleatório E, define-se Espaço Amostral S o conjunto de todos os possíveis resultados desse experimento.

Exemplos

• E = jogar um dado e observar o nº da face de cima

$S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, \}$

• E = jogar duas moedas e observar o resultado, então:

$S = \{(c,c), (c,k), (K,c), (k,k)\}$ em que k = cara e c = coroa.

Observe que sendo S um conjunto, poderá ser finito ou infinito, trataremos somente dos conjuntos finitos.

1.1.3 Evento

Evento é um conjunto de resultados do experimento; em termos de conjunto, é um subconjunto de S . Em particular, S e \emptyset (conjunto vazio) são eventos; S é dito o evento certo e \emptyset o evento impossível.

Exemplos

Seja o experimento E , jogar um dado e observar o resultado, então $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Cada subconjunto de S constitui um evento.

- $A_1 = \{\text{ponto } 1\}$ ou $\{1\}$
- $A_2 = \{\text{ponto menor que } 3\}$ ou $\{1, 2\}$
- $A_3 = \{\text{ponto par}\}$ ou $\{2, 4, 6\}$
- $A_4 = \{\text{ponto ímpar}\}$ ou $\{1, 3, 5\}$
- $A_5 = \{\text{divisores de } 6\}$ ou $\{1, 2, 3, 6\}$
- $A_6 = \{\text{dos múltiplos de } 1\}$ ou $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $A_7 = \{\text{dos pares divisores de } 5\}$ ou \emptyset

Se o número de elementos do espaço amostral for n , então o número de eventos a ele associados é 2^n .

1.1.4 Definição matemática de probabilidade

A probabilidade de um evento é igual à razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis de ocorrer, sendo todos igualmente prováveis. A notação é:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

em que

- $P(A)$: probabilidade do evento A
- $n(A)$: número de elementos do evento A
- $n(S)$: número de elementos do espaço amostral S

A probabilidade pode ser representada na forma de fração, número decimal ou em porcentagem.

Genética

Genética (do grego *genno*; fazer nascer) é a ciência dos genes, da hereditariedade e da variação dos organismos. Ramo da biologia que estuda a forma como se transmitem as características biológicas de geração para geração. O termo *genética* foi primeiramente aplicado para descrever o estudo da variação e hereditariedade, pelo cientista Wiliam Batesson numa carta dirigida a Adam Sedgewick, da data de 18 de Abril de 1908.

Os humanos, já no tempo da pré-história, utilizavam conhecimentos de genética através da domesticação e do cruzamento seletivo de animais e plantas. Atualmente, a genética proporciona ferramentas importantes para a investigação das funções dos genes, isto é, a análise das interações genéticas. No interior dos organismos, a informação genética está normalmente contida nos cromossomos, onde é representada na estrutura química da molécula de DNA.

Os genes codificam a informação necessária para a síntese de proteínas. Por sua vez as proteínas influenciam, em grande parte, o fenótipo final de um organismo. Note-se que o conceito de "um gene, uma proteína" é simplista: por exemplo, um único gene poderá produzir múltiplos produtos, dependendo de como a transcrição é regulada.

1.2.1 Heredograma

No caso da espécie humana, em que não se pode realizar experiências com cruzamentos dirigidos, a determinação do padrão de herança das características depende de um levantamento do histórico das famílias em que certas características aparecem. Isso permite ao geneticista saber se uma dada característica é ou não hereditária e de que modo ela é herdada. Esse levantamento é feito na forma de uma representação gráfica denominada heredograma (do latim *heredium*, herança), também conhecida como genealogia ou árvore genealógica.

Construir um heredograma consiste em representar, usando símbolos, as relações de parentesco entre os indivíduos de uma família. Cada indivíduo é representado por um símbolo que indica as suas características particulares e sua relação de parentesco com os demais.

Indivíduos do sexo masculino são representados por um quadrado, e os do sexo feminino, por um círculo. O casamento, no sentido biológico de procriação, é indicado por um traço horizontal que une os dois membros do casal. Os filhos de um casamento são representados por traços verticais unidos ao traço horizontal do casal.

Os principais símbolos são os seguintes:



A montagem de um heredograma obedece a algumas regras:

1ª) Em cada casal, o homem deve ser colocado à esquerda, e a mulher à direita, sempre que for possível.

2ª) Os filhos devem ser colocados em ordem de nascimento, da esquerda para a direita.

3ª) Cada geração que se sucede é indicada por algarismos romanos (I, II, III, etc.). Dentro de cada geração, os indivíduos são indicados por algarismos arábicos, da esquerda para a direita. Outra possibilidade é se indicar todos os indivíduos de um heredograma por algarismos arábicos, começando-se pelo primeiro da esquerda, da primeira geração.

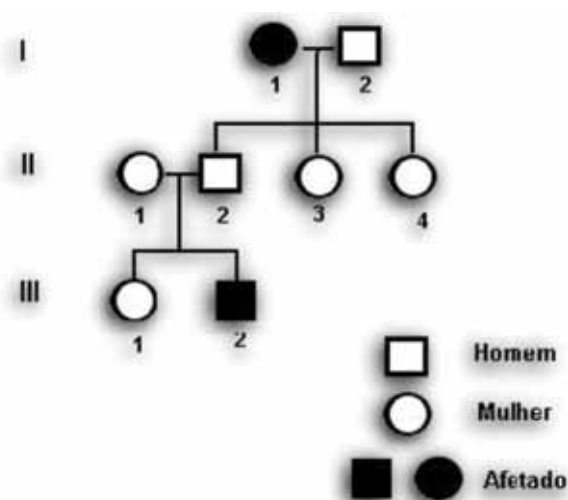
A análise dos heredogramas pode permitir se determinar o padrão de herança de uma certa característica (se é autossômica, se é dominante ou recessiva, etc.). Permite, ainda, descobrir o genótipo das pessoas envolvidas, se não de todas, pelo menos de parte delas. Quando um dos membros de uma genealogia manifesta um fenótipo dominante, e não conseguimos determinar se ele é homozigoto dominante ou heterozigoto, habitualmente o seu genótipo é indicado como A-, B- ou C-, por exemplo. A primeira informação que se procura obter, na análise de um heredograma, é se o caráter em questão é condicionado por um gene dominante ou recessivo. Para isso, devemos procurar, no heredograma, casais que são fenotipicamente iguais e tiveram um ou mais filhos diferentes deles. Se a característica permaneceu oculta no casal, e se manifestou no filho, só pode ser determi-

nada por um gene recessivo. Pais fenotipicamente iguais, com um filho diferente deles, indicam que o caráter presente no filho é recessivo! Uma vez que se descobriu qual é o gene dominante e qual é o recessivo, vamos agora localizar os homocigotos recessivos, porque todos eles manifestam o caráter recessivo. Depois disso, podemos começar a descobrir os genótipos das outras pessoas. Devemos nos lembrar de duas coisas:

1ª) Em um par de genes alelos, um veio do pai e o outro veio da mãe. Se um indivíduo é homocigoto recessivo, ele deve ter recebido um gene recessivo de cada ancestral.

2ª) Se um indivíduo é homocigoto recessivo, ele envia o gene recessivo para todos os seus filhos. Dessa forma, como em um "quebra-cabeças", os outros genótipos vão sendo descobertos. Todos os genótipos devem ser indicados, mesmo que na sua forma parcial (A-, por exemplo).

Exemplo:



Em uma árvore desse tipo, as mulheres são representadas por círculos e os homens por quadrados. Os casamentos são indicados por linhas horizontais ligando um círculo a um quadrado. Os algarismos romanos I, II, III à esquerda da genealogia representam as gerações. Estão representadas três gerações. Na primeira há uma mulher e um homem casados, na segunda, quatro pessoas, sendo três do sexo feminino e uma do masculino. Os indivíduos presos a uma linha horizontal por traços verticais constituem uma irmandade. Na segunda geração observa-se o casamento de uma mulher com um homem de uma irmandade de três pessoas.

Objetivos

- Entender alguns termos utilizados no estudo de Probabilidade.
- Descrever o espaço amostral de um experimento aleatório.
- Relacionar genética à probabilidade.

3 Sugestão de atividade

Após assistir ao vídeo o professor pode propor atividades que permitam aos alunos refletir, questionar e aprofundar seus conhecimentos sobre os conteúdos abordados. A seguir apresentamos algumas sugestões.

Atividade 1- Estudar crescimento humano e diversidade de Curitiba

Em Curitiba, os laços culturais com os povos de todos os continentes existem desde a chegada dos imigrantes; dentre os mais numerosos estão os portugueses, italianos, africanos, poloneses, alemães, ucranianos, japoneses, sírios e libaneses. Tal peculiaridade dá a Curitiba seu atraente caráter multicultural e cosmopolita.

Na sua formação histórica, a demografia de Curitiba é o resultado da miscigenação das três etnias básicas que compõem a população brasileira: o índio, o europeu e o negro. Mais tarde, com a chegada dos imigrantes, especialmente poloneses, ucranianos, italianos, alemães e japoneses, formou-se um caldo de cultura singular, que caracteriza a população da cidade, seus valores e modo de vida

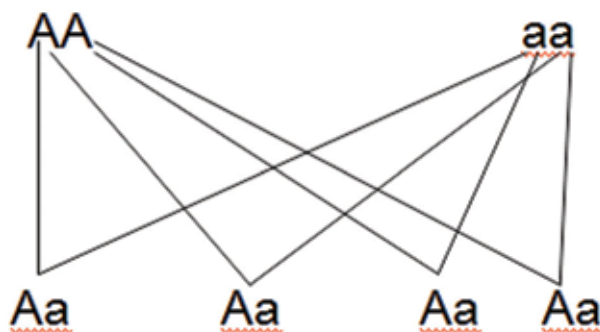
Etnia	Porcentagem
Caucasiana (branca)	77,5%
Negra	2,9%
Parda	18,2%
Asiática ou indígena	1,4%

Fonte: Censo 2000

Atividade 2- Determinar o espaço amostral de uma pessoa negra que se relaciona com uma pessoa branca.

Comentários para o professor:

Considerando AA – para pessoa negra; aa – para pessoa branca; Aa ou aA – para pessoa parda, pode-se construir o seguinte heredograma

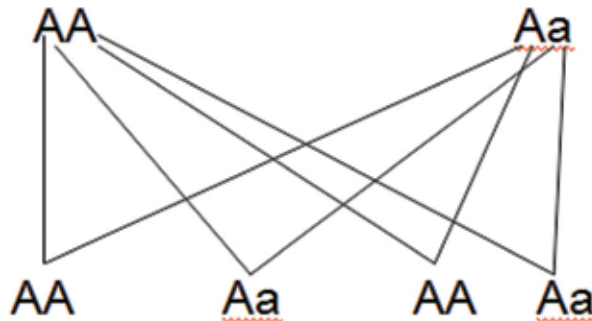


Nesse caso, ficamos com o espaço amostral $S=\{Aa, Aa, Aa, Aa\}$. Como no espaço amostral temos todos os elementos formados por pessoas pardas, então há 100% de probabilidade de o filho desse casal ser pardo.

Atividade 3- Determinar o espaço amostral de uma pessoa negra que se relaciona com uma pessoa parda.

Comentários para o professor:

Considerando AA – para pessoa negra; aa – para pessoa branca; Aa ou aA – para pessoa parda, pode-se construir o seguinte heredograma



Nesse caso, ficamos com o espaço amostral $S=\{AA, Aa, AA, Aa\}$. Há uma probabilidade de 50% dos filhos serem negros e 50% de serem pardos.

Atividade 4- Determinar a probabilidade de um casal ter dois filhos de sexo masculino.

Comentários para o professor:

Para essa situação o espaço amostral a ser considerado é $S=\{(HH), (HM), (MH), (MM)\}$. E o evento consiste em que os filhos sejam homens ($E=\{(HH)\}$), a probabilidade é

$$P(E) = \frac{1}{4} = 0,25 .$$

E isso significa que há 25% de chance de o casal ter dois filhos homens.

Além de determinar a probabilidade do casal ter dois filhos do sexo masculino, o espaço amostral da situação possibilita outras conclusões:

- 25% de chance de ter duas mulheres;
- 50% de chance de ter um casal (um homem e uma mulher).

Atividade 5- Determinar a probabilidade de um casal ter três filhos do mesmo sexo.

Comentários para o professor:

Para essa situação o espaço amostral a ser considerado é $S=\{(HHH), (HHM), (HMH), (MHH), (HMM), (MHM), (MMH), (MMM)\}$.

De acordo com o espaço amostral de um casal ter três filhos, pode-se calcular a probabilidade de ocorrência de qualquer evento.

Probabilidade de filhos de mesmo sexo: $P(A) = \frac{2}{8} = 0,25$, que é 25% de chance do casal ter três filhos de mesmo sexo, ou HHH ou MMM.

Se um casal deseja ter três filhos, sendo o primeiro homem, o segundo mulher e o terceiro mulher, então a probabilidade da ocorrência desse evento é de $P(A) = \frac{1}{8} = 0,125$, que é 12,5%.

4 Avaliação

A avaliação pode ser realizada durante todo o desenvolvimento das atividades, por meio de questionamentos. O professor pode aproveitar as respostas dos alunos para fazer as intervenções que julgar necessárias.

5 Sugestões de sítios

O sítio a seguir pode oferecer interessante motivação para pesquisas referentes a dados populacionais de diferentes cidades brasileiras:
<http://www.ibge.gov.br>

Condigital



**Ministério da
Ciência e Tecnologia**

**Ministério
da Educação**

Realização:

