

SOLUÇÃO DO PROBLEMA

Se a segunda torneira gasta sozinha x horas a primeira gasta $x + 5$ para encher o tanque, então a segunda enche $1/x$ do volume por hora e a primeira $1/(x+5)$ do volume por hora. Assim, a cada hora as duas juntas enchem $1/x + 1/(x+5)$ do volume que é $1/6$. Logo,

$$1/x + 1/(x+5) = 1/6 \left(\text{mmc}(x, x+5, 6) = 6x(x+5) \right)$$

$$6(x+5) + 6x = x(x+5)$$

$$6x + 30 + 6x = x^2 + 5x$$

$$x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$\text{Assim, } x' = (7 + 13)/2 = 10 \text{ e } x'' = (7 - 13)/2 = -3$$

Como a única raiz positiva é 10 temos que a primeira torneira gastará $x + 5 = 15$ h.

Verificando: a primeira torneira gasta 15 h e segunda 10 horas:

$$1/10 + 1/15 = (3 + 2)/30 = 5/30 = 1/6.$$