

Solução do Problema “Uma bela caminhada para o Guarda Belo”

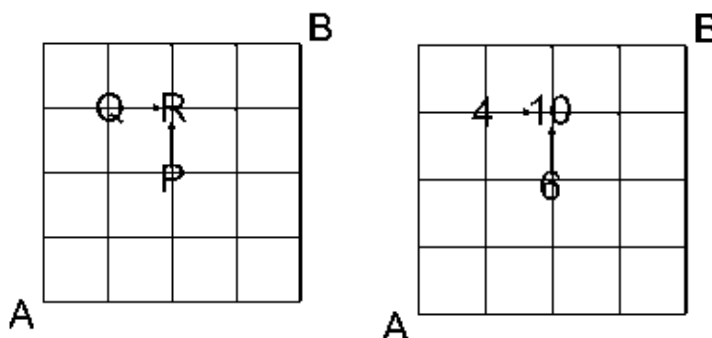
Um trajeto “eficiente” sempre obedece a uma direção para leste ou para o norte.

Considerando-se que o lado de um quarteirão equivale a um trecho de rua, há, portanto, a distância de 8 trechos para percorrer, sendo que 4 devem ser percorridos na direção norte (N) e 4 devem ser percorridos na direção leste (L).

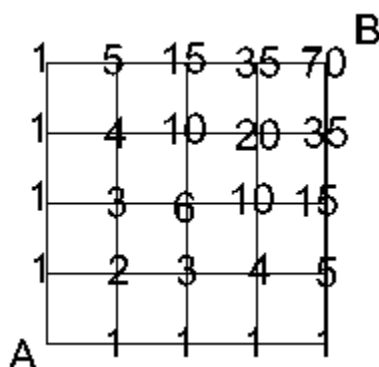
Assim, o problema é descobrir quantas formas há de percorrer uma sequência de 8 trechos, sendo 4 na direção N e quatro na direção L.

Uma forma de resolver a questão é começar de A e denominar as junções de trechos adjacentes com o número de formas de chegar até cada junção, partindo de A.

Nos esquemas ao lado pode-se observar que a única maneira de chegar a R é partindo de P ou de Q, então o número total de caminhos para chegar a R é a soma dos números de caminhos que levam a P e Q.



Obedecendo-se a essa lógica, chega-se a um triângulo de Pascal, como mostra a figura abaixo.



Assim sendo, no primeiro caso, há 70 formas diferentes de sair de A e chegar em B, considerando as condições dadas.

Quanto ao tempo, se o guarda leva um minuto para percorrer um trecho de rua, ele leva 8 minutos para percorrer cada um dos 70 trajetos. Ou seja, ele leva $70 \times 8 = 560$ minutos (09h20min) para percorrer os 70 trajetos.

Observe-se que resolvemos um problema de análise combinatória usando triângulo de Pascal. Teríamos o mesmo resultado resolvendo esse problema por combinação com repetição. Para isso, pode-se usar a fórmula C_n^{2n} com $n=4$.

Assim, se o policial tivesse uma área distribuída em quarteirões formando uma matriz 10×10 para patrulhar, teria desanimadoras 184.756 maneiras de fazê-lo. Esse número é o resultado da combinação C_n^{2n} com $n=10$.

Neste caso, considerando que ele leva cerca de 1 minuto para percorrer cada trecho de rua, cada rota completa exigiria 20 minutos. $20 \times 184.756 = 3.695.120$ minutos, que equivalem a aproximadamente 61.585 horas ou 2.566 dias ou, ainda, 7 anos para percorrer todas as rotas.